



Revista Interdisciplinar do Pensamento Científico. ISSN: 2446-6778  
Nº 1, volume 5, artigo nº 12, Janeiro/Junho 2019  
D.O.I: <http://dx.doi.org/10.20951/2446-6778/v5n1a12>

## **ANÁLISE COMPARATIVA DO LANÇAMENTO DE UMA BOLA DE FUTEBOL AMERICANO UTILIZANDO MODELOS MATEMÁTICOS E COMPUTACIONAIS**

**Luis Felipe Sanches da Silva<sup>1</sup>**

Engenheiro Mecânica – SUR

**Renan Tavares Vicente<sup>2</sup>**

Engenheiro Mecânico – SUR

**Amanda Camerini Lima<sup>3</sup>**

Doutora em Engenharia e Ciência dos Materiais – UENF

**MSc. Victor Barbosa de Souza<sup>4</sup>**

Mestre em Engenharia Mecânica – UFF

**Kaio César Fernandes<sup>5</sup>**

Engenheiro Mecânico – SUR

**Resumo:** Existem diversos equipamentos capazes de realizar lançamento de bola, um equipamento comumente utilizado para efetuar passes de bolas de futebol americano consiste de duas rodas rotacionando paralelamente. Para ser possível determinar a distância, velocidade e tempo percorrido pela bola, é necessário a utilização de conceitos físicos de lançamento de projéteis. O cálculo de cinemática básica representa uma forma simplificada, e pode diferir muito do valor real. Para garantir resultados mais precisos, são utilizados outros métodos de cálculos, tais como: Simulações computacionais, que

<sup>1</sup> UniRedentor, Graduado em Eng. Mecânica, Itaperuna-RJ, [luis-lipe@hotmail.com](mailto:luis-lipe@hotmail.com)

<sup>2</sup> UniRedentor, Graduado em Eng. Mecânica, Itaperuna-RJ, [renanntavares20@hotmail.com](mailto:renanntavares20@hotmail.com)

<sup>3</sup> UniRedentor, Faculdade Redentor. Engenharia Mecânica, RJ. [amandacamerini@hotmail.com](mailto:amandacamerini@hotmail.com)

<sup>4</sup> UniRedentor, Universidade Redentor, Graduação em Eng. Mecânica, Itaperuna –RJ, [prof.victorbsouza@gmail.com](mailto:prof.victorbsouza@gmail.com)

<sup>5</sup> UniRedentor, Graduado em Eng. Mecânica, Itaperuna-RJ, [renanntavares20@hotmail.com](mailto:renanntavares20@hotmail.com)

consideram fatores que interferem nas grandezas mencionadas, como por exemplo: atrito e resistência do ar.

**Palavras-chave:** Lançamento de projéteis; simulação computacional; futebol americano; grandezas.

**Abstract:** Here are a lot of equipments able to realize ball throwing, an equipment usually used to perform passes of footballs consists two wheels with parallel rotation. One way to determining the distance, speed and time made by the ball, it is through the use of physical concepts of projectile motion. The basic kinematics calculus represents a simplified way, and can differ of the real value. To guarantee more precise results, some other methods are used, such as: Computational simulations which consider factors that may interfere the results, these factors are: frictional force and the air resistance.

**Keywords:** Projectile motion; computational simulations; american football; results.

## INTRODUÇÃO

O futebol Americano tornou-se o esporte mais popular nos Estados Unidos na década de 90, superando o baseball. O esporte surgiu de uma variação do Rugby e do futebol europeu (Soccer). No século XIX, mais precisamente no ano de 1867, ocorreram três jogos entre duas das principais Universidades Norte Americanas – Yale e Harvard – que concretizaram o início do futebol americano (DUARTE, 2004).

Uma característica importante do futebol americano, é o lançamento de bola; o lançamento está presente em 50% das jogadas que ocorrem em uma partida. Para calcular a distância, velocidade e tempo, que uma bola de futebol americano percorre, utilizam-se conceitos físicos de lançamento de projéteis.

Diversos fatores influenciam na distância final alcançada pela bola, tais como: Resistencia do ar, angulo de lançamento e força de lançamento. Com a inclusão desses fatores no lançamento, o cálculo básico de lançamento de projéteis não é suficiente, sendo necessário a aplicação de outros métodos.

O presente artigo tem como objetivo calcular a distância que a bola percorrerá ao ser lançada por uma máquina que possibilita a padronização do lançamento. Os cálculos serão feitos mediante a três métodos distintos e será feita uma análise comparativa entre os métodos.

## 2 DESENVOLVIMENTO

### 2.1 LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS

Em um modelo simplificado de lançamento, onde não é considerado o arrasto causado pelo ar, a bola descreve um MRU (movimento retilíneo uniforme) horizontalmente onde  $ax = 0$ , ou seja, a velocidade horizontal da bola permanece a mesma em toda a trajetória. Verticalmente por outro lado, existe um movimento retilíneo uniformemente acelerado (MUA), onde  $ay = -g$ . A aceleração da gravidade também é considerada constante durante todo o movimento. (HALLIDAY & RESNICK, 2012)

“Quando a resistência do ar é desprezada, a única força agindo sobre o projétil é o seu peso, que faz com que o projétil tenha uma aceleração para baixo constante de aproximadamente  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ”. (HIBBELER, 2011).

De acordo com (MERIAM, 2009), quando o movimento a ser descrito pelo objeto envolve altas velocidades e alturas elevadas, deve-se então levar em conta o formato do objeto, a variação da gravidade com a altitude, assim como a variação da massa específica do ar com a altitude e a rotação da terra.

O presente trabalho irá se utilizar de alguns métodos que diminuirão a discrepância de valores entre o modelo cinemático básico e o real.

## **2.2 A FORÇA DE ARRASTO**

A força de arrasto é uma força que atua em um corpo imerso em um fluido, em sentido contrário a direção do movimento.

“Sempre que existir movimento relativo entre um corpo sólido e um fluido viscoso que o circunda, o corpo experimentará uma força resultante  $F$ . O módulo desta força depende de muitos fatores” (FOX, 2014).

“Às vezes um fluido move-se sobre um corpo (como o vento soprando sobre um prédio); outras vezes, um corpo move-se através de um fluido quiescente (como um carro movendo-se através do ar)” (CIMBALA & ÇENGEL, 2007).

A força de arrasto é proporcional ao quadrado da velocidade, ou seja, quando a velocidade muda a força de arrasto muda, fazendo com que a aceleração da bola deixe de ser constante durante o trajeto, um conceito diferente do que traz o modelo simplificado da cinemática básica.

### **2.2.1 Coeficiente de Arrasto para a Bola de Futebol Americano**

Em 1985 o professor Peter. J. Brancazio, em um artigo chamado “The physics of kicking a football” (A física do chute de uma bola de futebol), utilizou-se de modelos computacionais, considerando a bola de futebol americano como uma elipse, para determinar o coeficiente de arrasto da mesma. O resultado foi de aproximadamente 0.1.

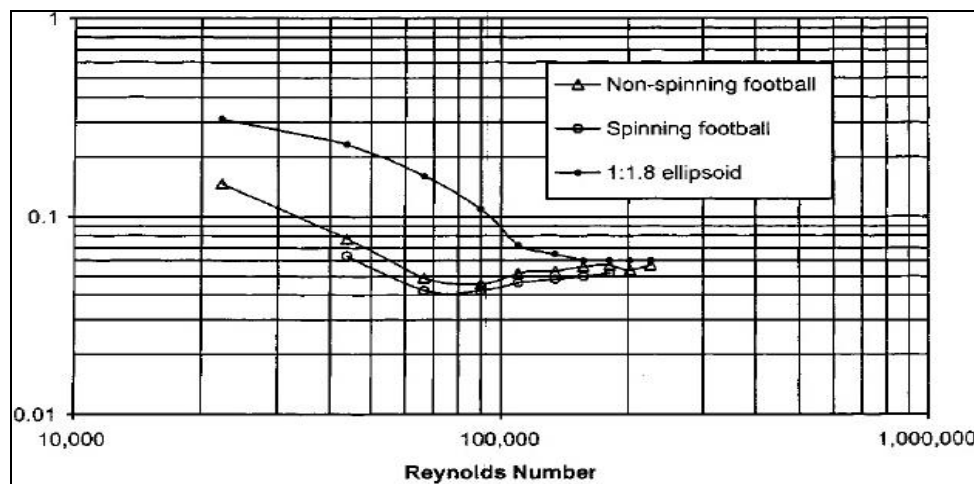
Em 2002 W.J. Rae & R.J. Streit, utilizando um túnel de vento, e uma bola de futebol americano propriamente dita, encontraram um coeficiente de 0.15, para quando a velocidade do ar no túnel era de 26,82 m/s.

Mas foram Robert.G. Watts & Gary Moore, que em seu artigo “The drag Force on a American Football”, decidiram, não apenas determinar o coeficiente de arrasto da bola parada utilizando um túnel de vento, mas também determinar e comparar o coeficiente de arrasto da bola quando a mesma se encontrava girando a uma velocidade de 600 RPM, variando a angulação dos suportes que sustentavam a bola. Abaixo segue a tabela 1 e a figura 1 de um gráfico com os resultados obtidos pelos autores citados acima.

**Tabela 1 - O Resultado da Força de Arrasto foi plotado com diferentes Velocidades e Ângulos.**

| Speed (m/s) | Angle (stationary) | $F_D$ (N) | Angle (Spinning) | $F_D$ (N) | % decrease |
|-------------|--------------------|-----------|------------------|-----------|------------|
| 2.8         | 1.0                | 0.032     | 0.3              | 0.009     | 73.1       |
| 5.5         | 2.2                | 0.065     | 1.8              | 0.053     | 18.2       |
| 8.4         | 3.5                | 0.096     | 3.2              | 0.084     | 12.5       |
| 11.3        | 5.8                | 0.161     | 5.5              | 0.149     | 7.5        |
| 13.9        | 9.7                | 0.277     | 8.8              | 0.247     | 11         |
| 17          | 14.3               | 0.428     | 13.3             | 0.390     | 8.8        |
| 19.8        | 19.7               | 0.610     | 18.0             | 0.543     | 10.9       |
| 22.7        | 25.0               | 0.810     | 23.5             | 0.746     | 7.9        |
| 25.5        | 29.2               | 0.969     | ...              | ...       | ...        |
| 28.3        | 35.7               | 1.271     | ...              | ...       | ...        |

Fonte: WATTS & MORE, 2003



**Figura 1 - Gráfico Contendo os três Ensaios**

Fonte: WATTS & MORE, 2003

Para velocidades entre 10 m/s e 30 m/s o coeficiente de arrasto da bola girando encontra-se na faixa de 0,05 – 0,06.

## **2.3 SOLIDWORKS**

O SolidWorks é um software extremamente difundido no mercado, suas aplicações se estendem desde a função CAD, até a análise de elementos finitos. Pela sua interface de fácil adaptação o software vem se destacando no mercado entre os engenheiros.

“O SolidWorks é totalmente paramétrico, isto é, permite que o projeto seja totalmente modelado em 3d, peça a peça, e por simples comandos gerar a vista 2D com todos os detalhes construtivos necessários” (FIALHO, 2012).

“O SolidWorks é um software de modelagem sólida, paramétrica, baseado em recursos ou etapas (features) e totalmente integrado ao Windows” (DA SILVA, 2009).

“O SolidWorks motion permite a utilização de todos os elementos de simulação que, quando aplicados corretamente, garantem uma excelente aproximação da realidade, em verdade quase total” (FIALHO, 2012).

O SolidWorks conta ainda com uma gama de materiais em sua biblioteca, permitindo a análise de algumas propriedades importantes no projeto, tais como a massa e momento de inércia.

## **3 MATERIAIS E MÉTODOS**

Para a comparação dos métodos será estabelecido uma distância final a ser alcançada pela bola, com esta distância pré-estabelecida será a determinado a velocidade necessária para que a bola atinja a distância especificada, considerando o modelo cinemático básico. Baseado nesta distância e na velocidade encontrada será feita a comparação do modelo de cinemática básica para lançamento de projéteis com uma análise de lançamento via software e com o método de Euler considerando a resistência do ar.

Através dos três métodos serão determinadas as velocidades finais alcançadas pela bola no momento em que o intervalo de lançamento proposto for atingido e a variação destas distâncias quando o ângulo de lançamento é modificado.

### **3.1 LANÇAMENTO DESPREZANDO A RESISTÊNCIA DO AR**

A bola de futebol americano pode ser considerada um projétil que descreverá em seu lançamento uma parábola. A princípio será considerado que a única força atuando na bola é a força gravitacional. Com isso a velocidade em x permanecerá constante durante todo o percurso. A figura 2 abaixo representa a execução de um passe.

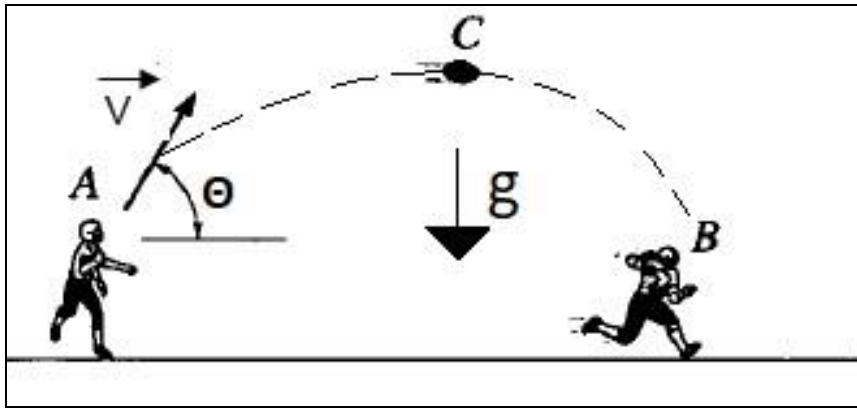


Figura 2 - Demonstração da trajetória do lançamento

As equações que descrevem esse movimento são apresentadas abaixo:

$$x = x_0 + V_{ox}t \quad (3.1)$$

$$y = y_0 + V_{oy}t - at^2/2 \quad (3.2)$$

Onde:

- x é a distância final alcançada pela bola;
- $x_0$  é a distância inicial;
- $V_{ox}$  é a componente vetorial em x da velocidade inicial;
- $V_{oy}$  é a componente vetorial em y da velocidade inicial;
- t é o tempo que a bola leva para percorrer a distância.

### 3.2 SISTEMA DE PROPULSÃO

O dispositivo de lançamento que será utilizado, consiste de duas rodas de 200 mm de diâmetro e 50 mm de espessura, ligadas cada qual a um motor de 1750 RPM e 1/4 HP, que garantem a essas rodas uma alta velocidade de rotação. A bola ao ser pressionada, e entrar em contato com as rodas, ganhará velocidade.

A velocidade com a qual a bola deixa o dispositivo de propulsão é equivalente à velocidade média adquirida ao entrar em contato com as rodas.

$$V_F = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad (3.3)$$

- $V_F$  é a Velocidade de saída da bola.
- $V_1$  é a Velocidade adquirida ao entrar em contato com a roda 1
- $V_2$  é a Velocidade adquirida ao entrar em contato com a roda 2

Na figura 3 é apresentado o dispositivo de propulsão com as respectivas velocidades.

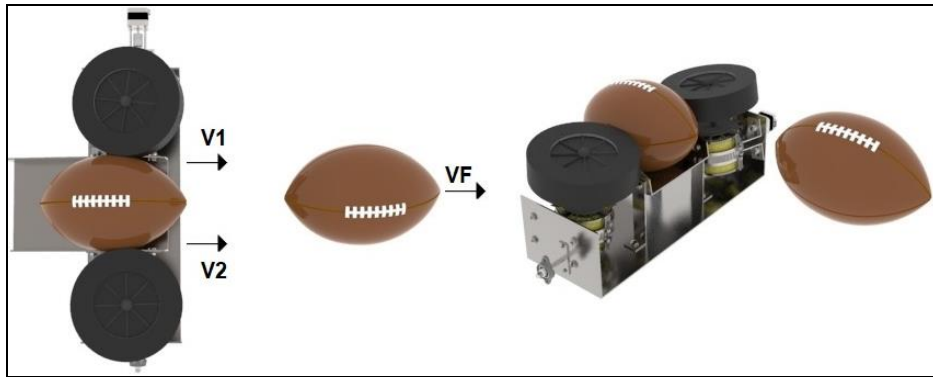


Figura 3 - Mecanismo de propulsão com representação das velocidades adquiridas pela bola.

### 3.3 VERIFICAÇÃO DOS DADOS VIA SOFTWARE

Utilizando o software SolidWorks, foi feita uma simulação de movimento, a fim de verificar a velocidade, distância e altura alcançadas pela bola. Nesta simulação a bola foi pressionada contra duas rodas com rotação de 1750 rpm. A seguir são apresentadas as condições de contorno utilizadas nos ensaios.

- O material escolhido para simular o contato entre os tambores e a bola, foi a borracha seca;
- Gravidade utilizada foi de 9,81 m/s<sup>2</sup>;
- A altura inicial foi de 1,085 m;
- Para movimentação inicial da bola, foi aplicada uma breve força de 70 N;
- Ângulo inicial dos tambores 10°.

### 3.4 CORREÇÃO DA DISTÂNCIA CONSIDERANDO A RESISTÊNCIA DO AR

Em um lançamento real, é necessária levar em consideração a resistência que o ar gera na bola. Como já falado a resistência do ar impossibilitaria o uso das equações comumente usadas para o lançamento de projéteis. Porém para este trabalho será adotado o modelo computacional de Euler, ou método de Euler.

O método de Euler permite dizer que a aceleração é constante durante um breve período de tempo, permitindo assim que as equações de cinemática básica sejam utilizadas para calcular a aceleração, velocidade, distância e altura da bola.

*ti = tempo inicial*

$$t_{ii} = t_i + 0,01 = \text{tempo seguinte} \quad (3.9)$$

*Vo = velocidade inicial*

*V = velocidade após 0,01 segundos*

Para desenvolver o método de Euler foi utilizado como base o Excel. No Excel foi criado o loop para variação da velocidade, aceleração e força de arrasto a cada 0,01 segundos. Para início dos cálculos são necessárias a velocidade de partida e a aceleração da bola, a aceleração é encontrada mediante a força de arrasto. Com esses dados, é utilizado a formula abaixo.

$$V - V_0 = \int_{t_i}^{t_{ii}} a dt$$

(3.10)

A seguir é apresentado a equação que descreve a força de arrasto em um corpo.

$$F_{arrasto} = \frac{1}{2} \rho \times V^2 \times C_x \times A \quad (3.11)$$

Onde:

- $\rho$  = Densidade do fluido;
- $V$  = Velocidade do fluido;
- $C$  = coeficiente de arrasto do objeto;
- $A$  = Área superficial aonde age a força.

A força de arrasto foi considerada atuante nos eixos x e y, tornando necessário então a decomposição da velocidade em ambos os eixos como mostrado nas figuras 5 e 5 a seguir:

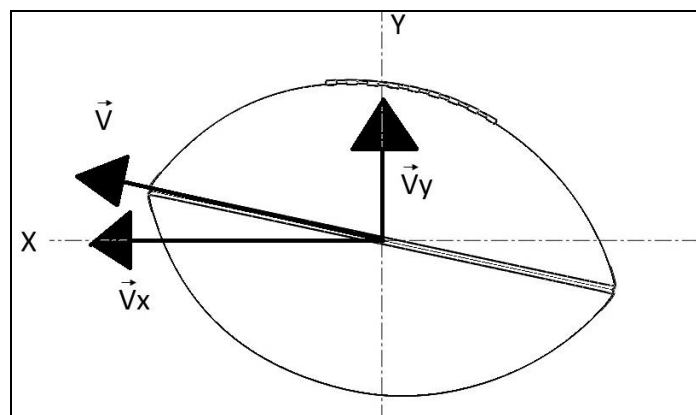


Figura 4 - Decomposição da velocidade da bola

$$V_x = V_0 \times \cos\theta \quad (3.12)$$

$$V_y = V_0 \times \sen\theta \quad (3.13)$$

A aceleração da bola em ambos os eixos varia juntamente com a força de arrasto atuante.



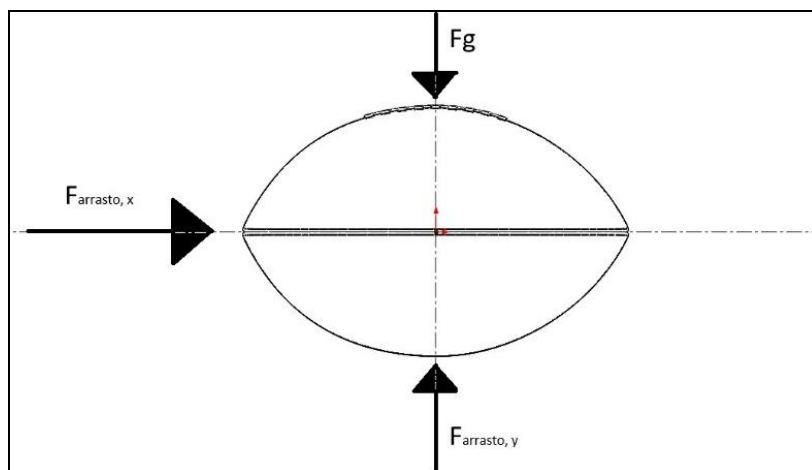


Figura 5 - Representação das forças de arrasto atuantes.

$$\sum F_x = m \times a \quad (3.14)$$

$$-F_{arrasto, x} = m \times a_x$$

$$\sum F_y = m \times a \quad (3.15)$$

$$-F_g + F_{arrasto, y} = m \times a_y$$

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 CÁLCULO DO LANÇAMENTO UTILIZANDO CINEMÁTICA BÁSICA

Será considerado para início dos cálculos que a bola atinja uma distância final de 30 metros, com uma altura final de 1,60 metros. Esta altura é determinada baseando-se em uma altura confortável para recebimento de um passe por um atleta. Abaixo segue a tabela 2 com os dados iniciais para resolução dos problemas.

Tabela 2 - Condições Iniciais de Lançamento

| Altura inicial (m) | Altura final (m) | Distância Inicial (m) | Distância Final (m) | Ângulo |
|--------------------|------------------|-----------------------|---------------------|--------|
| 1,085              | 1,60             | 0                     | 30                  | 30°    |

Foi feito o cálculo de velocidade, tempo e distancia, utilizando as equações 3.1 e 3.2.

$$30 = 0 + V_0 \cos \theta \cdot t$$

$$t = \frac{30}{V_0 \cos \theta}$$

$$1,60 = 1,085 + V_0 \sin \theta \cdot t - 4,905 t^2$$

$$0,515 = t \theta \times 30 - 4,905 \frac{30^2}{V_0^2 \cos^2 \theta}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{4,414 \times 10^3}{12,60}} = 18,71 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{30}{18,71 \times \cos 30^\circ} = 1,851 \text{ s}$$

Com base na velocidade de 18,71 m/s, a qual será utilizada para dimensionamento das rodas de impulsão, foi calculado outras duas distâncias para ângulos de saída de 10 e 20 graus.

$$X = 0 + 18,71 \cos \theta \times t$$

$$t = \frac{X}{18,71 \cos \theta}$$

$$1,60 = 1,085 + 18,71 \sin \theta \times \frac{X}{18,71 \cos \theta} - 4,905 \left( \frac{X^2}{(18,71 \cos \theta)^2} \right)$$

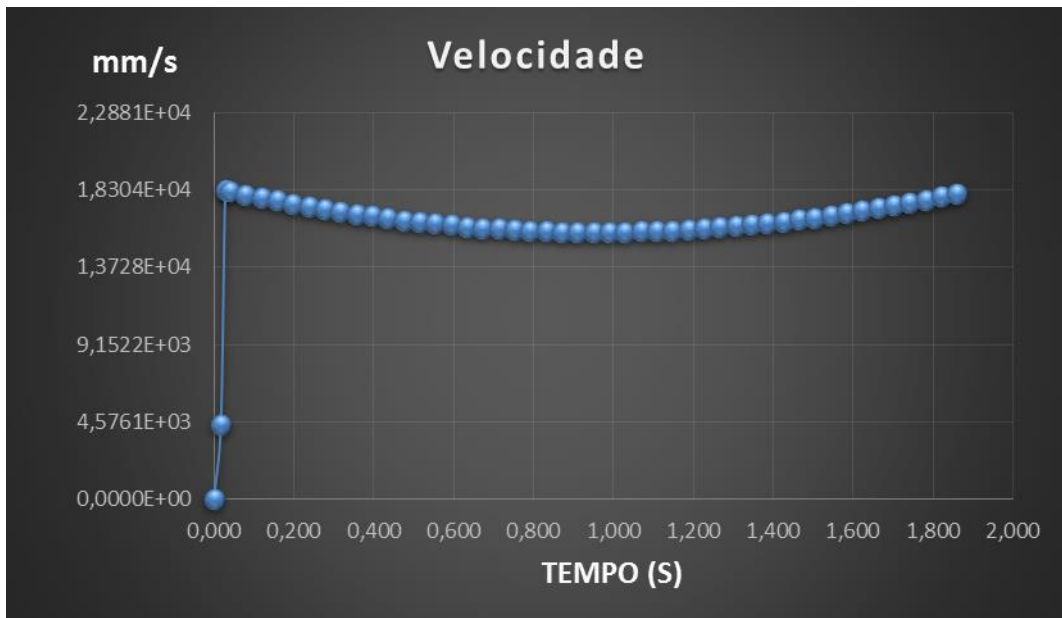
Os valores encontrados são apresentados na tabela 3.

**Tabela 3 - Resultados Obtidos Mediante Cálculo Cinemático**

| Ângulo | Tempo (s) | Distância (m) |
|--------|-----------|---------------|
| 30°    | 1,851     | 30            |
| 20°    | 1,223     | 21,519        |
| 10°    | 0,403     | 7,43          |

#### 4.3 RESULTADO DA ANÁLISE VIA SOFTWARE

Nas Figuras 6, 7, e 8 estão apresentados os gráficos obtidos após o ensaio de lançamento para um ângulo de 30°. Os gráficos foram obtidos através de uma análise de lançamento executada no SolidWorks. O ensaio interrompido no tempo de 1,86 s, no momento em que a altura aproximada de 1,6 m foi atingida, a velocidade nesse instante foi de 18,3  $m/s$  e a distância alcançada foi de 29,14 m.



**Figura 6 - Gráfico de velocidade por tempo**



**Figura 7 - Gráfico de deslocamento por tempo**



**Figura 8 - Gráfico de altura por tempo**

Outros dois ensaios foram realizados, utilizando as mesmas condições de contorno, porém com um ângulo de inclinação de lançamento da bola de 20 e 10 graus.

A seguir é apresentado, na tabela 4, os resultados obtidos nos ensaios.

**Tabela 4 - Resultados dos Lançamento Obtidos nos Ensaio via SolidWorks**

| Ângulo | Tempo (s) | Distância (m) | Altura Final (m) | Velocidade (m/s) |
|--------|-----------|---------------|------------------|------------------|
| 30°    | 1,86      | 29,14         | 1,57             | 18,30            |
| 20°    | 1,22      | 20,7          | 1,60             | 18,31            |
| 10°    | 0,4       | 6,91          | 1,60             | 18,32            |

Pode-se observar que a velocidade encontrada na simulação foi menor que a encontrada no cálculo analítico. Um dos possíveis fatores é o fato das rodas possuírem uma inclinação para garantir que a bola deixe a máquina não apenas transladando, mas também realizando o movimento em espiral.

#### 4.4 CORREÇÃO DA DISTÂNCIA ALCANÇADA CONSIDERANDO A RESISTÊNCIA DO AR

##### 4.4.1 Decomposição das Velocidades

Foi utilizada como velocidade inicial a velocidade encontrada na simulação computacional realizada.

$$V_{ox} = 18,30 \times \cos 30^\circ = 15,848 \text{ m/s}$$

$$V_{oy} = 18,30 \times \sin 30^\circ = 9,15 \text{ m/s}$$

#### 4.4.2 Determinação da Força de Arrasto

O coeficiente de arrasto, o qual será utilizado no valor de 0,05, baseado nos dados encontrados por WATTS & MOORE. Para o cálculo das Áreas, a geometria da bola será considerada como uma geometria elíptica. Na figura 9, é demonstrado a área a ser considerada para os cálculos.

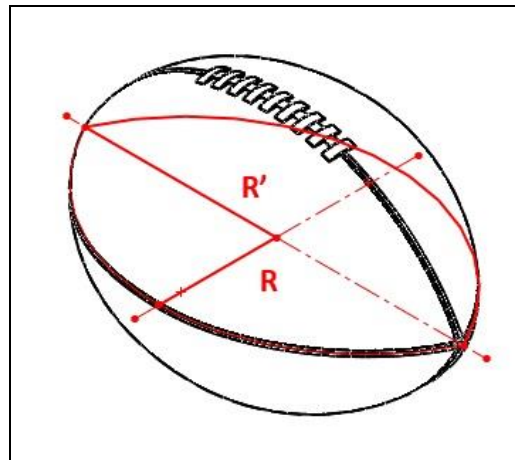


Figura 9 - Marcação da área da bola

Para a força de arrasto atuando horizontalmente no eixo x, a área superficial a ser considerada é a área do círculo:

$$A = \pi \times R^2 \quad (4.1)$$

A figura 10 demonstra uma perspectiva melhor desta observação.

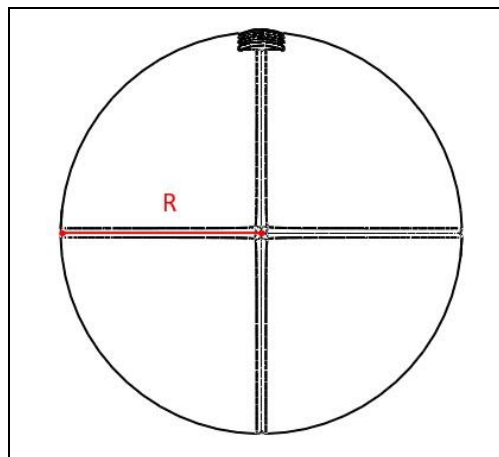


Figura 10 - Área de atuação da força de arrasto em x.

Para um valor de Raio de 0.086 metros, obtém-se uma área de:

$$Ax = \pi \times 0.086^2 = 0.02323 \text{ m}^2$$

A força de arrasto pode então ser calculada como:

$$F_{\text{arrasto},x} = \frac{1}{2} \times 1,2 \times 15,848^2 \times 0,05 \times 0,02323 = 0,175 \text{ N}$$

A área superficial a ser considerada verticalmente, ou seja, no eixo y é dada por:

$$Ay = \pi x R x R' \quad (4.2)$$

$$Ay = \pi x 0,086 x 0,141 = 0,038 \text{ m}^2$$

A força de arrasto nesta direção tem valor de:

$$F_{arrasto,y} = -\frac{1}{2} x 1,2 x 9,15^2 x 0,05 x 0,038 = 0,0954 \text{ N}$$

#### 4.4.3 Determinação das Acelerações

Fazendo os somatórios de forças em seus respectivos eixos, foi encontrada a aceleração inicial da bola com base na força inicial de arrasto.

$$\sum Fx = m x a$$

$$ax = \frac{-0,175}{0,45}$$

$$ax = -0,388 \text{ m/s}^2$$

$$\sum Fy = m x a$$

$$ay = \frac{-0,45 x 9,81 + 0,0954}{0,45}$$

$$ay = -9,60 \text{ m/s}^2$$

#### 4.4.4 Aplicando Método de Euler

Para desenvolver o problema no Excel foi necessária a velocidade de partida, que foi considerada como 15,848 m/s para x e 9,15 m/s para y, e a aceleração que foi encontrada através da força de arrasto. Com esses dados, a equação 3.10 deste trabalho foi utilizada.

As duas figuras 11 e 12 pertencem a planilha criada, sendo a primeira o início da mesma, e a segunda o momento que o intervalo satisfatório foi atingido.

| Cálculo Dinâmico de lançamento pelo Método de Euler |               |                  |                      |                                |                      |            |                  |                      |                                |                                     |         |
|---|---------------|------------------|----------------------|--------------------------------|----------------------|------------|------------------|----------------------|--------------------------------|-------------------------------------|---------|
| Direção Horizontal (x)                              |               |                  |                      |                                | Direção Vertical (y) |            |                  |                      |                                | Informações Adicionais              |         |
| Tempo (s)   | Distância (m) | Velocidade (m/s) | Força de Arrasto (N) | Aceleração (m/s <sup>2</sup> ) | Tempo (s)            | Altura (m) | Velocidade (m/s) | Força de Arrasto (N) | Aceleração (m/s <sup>2</sup> ) | Massa (Kg)                          | 0,45    |
| 0   | 0             | 15,848           | -0,175072106         | -0,389049                      | 0                    | 1,08       | 9,15             | 0,058359319          | -9,6803126                     | Coefficiente de arrasto             | 0,05    |
| 0,01  | 0,15846       | 15,8441095       | -0,17498616          | -0,388858                      | 0,01                 | 1,17102    | 9,0531969        | 0,057131018          | -9,6830422                     | Raio (m)                            | 0,086   |
| 0,02  | 0,31688       | 15,8402209       | -0,174900278         | -0,388667                      | 0,02                 | 1,26106    | 8,9563665        | 0,055915439          | -9,6857435                     | Área De contato x (m <sup>2</sup> ) | 0,02324 |
| 0,03  | 0,47526       | 15,8363343       | -0,174814459         | -0,388477                      | 0,03                 | 1,35014    | 8,859509         | 0,054712598          | -9,6884164                     | Área De contato y (m <sup>2</sup> ) | 0,03809 |
| 0,04  | 0,63361       | 15,8324495       | -0,174728703         | -0,388286                      | 0,04                 | 1,43825    | 8,7626249        | 0,053522509          | -9,6910611                     | Densidade do ar kg/m <sup>3</sup>   | 1,2     |
| 0,05  | 0,79191       | 15,8285666       | -0,17464301          | -0,388096                      | 0,05                 | 1,5254     | 8,6657142        | 0,052345187          | -9,6936774                     | Força Gravitacional (N)             | 4,4145  |
| 0,06  | 0,95018       | 15,8246857       | -0,17455738          | -0,387905                      | 0,06                 | 1,61157    | 8,5687775        | 0,051180645          | -9,6962652                     |                                     |         |

Figura 11 - Montagem da planilha para aplicação do método de Euler

|      |         |            |              |           |      |         |           |             |            |
|------|---------|------------|--------------|-----------|------|---------|-----------|-------------|------------|
| 1,78 | 27,6104 | 15,1843332 | -0,160716136 | -0,357147 | 1,78 | 1,89588 | -8,241375 | 0,047344265 | -9,7047905 |
| 1,79 | 27,7622 | 15,1807617 | -0,160640541 | -0,356979 | 1,79 | 1,81298 | -8,338423 | 0,048465853 | -9,7022981 |
| 1,8  | 27,914  | 15,177192  | -0,160565    | -0,356811 | 1,8  | 1,72911 | -8,435446 | 0,049600278 | -9,6997772 |
| 1,81 | 28,0657 | 15,1736238 | -0,160489512 | -0,356643 | 1,81 | 1,64427 | -8,532444 | 0,050747527 | -9,6972277 |
| 1,82 | 28,2174 | 15,1700574 | -0,160414078 | -0,356476 | 1,82 | 1,55846 | -8,629416 | 0,051907586 | -9,6946498 |
| 1,83 | 28,3691 | 15,1664927 | -0,160338696 | -0,356308 | 1,83 | 1,47168 | -8,726362 | 0,053080441 | -9,6920435 |
| 1,84 | 28,5208 | 15,1629296 | -0,160263368 | -0,356141 | 1,84 | 1,38393 | -8,823283 | 0,054266077 | -9,6894087 |

Figura 12 - Intervalo Satisfatório Atingido

A distância final alcançada para um ângulo máximo de 30 graus passa a ser então 28 metros, 2 metros a menos que o proposto inicialmente no cálculo analítico. Também foi considerado o método de Euler utilizando os ângulos de 10 e 20 graus. Os resultados estão apresentados na tabela 5.

Tabela 5 - Resultados Obtidos Através do Método de Euler

| Ângulo | Tempo (s) | Distância (m) | Altura Final (m) | Velocidade (m/s) |
|--------|-----------|---------------|------------------|------------------|
| 30°    | 1,82      | 28,217        | 1,558            | 17,452           |
| 20°    | 1,29      | 20,145        | 1,597            | 17,51            |
| 10°    | 0,35      | 6,27          | 1,591            | 17,846           |

Analisando os resultados obtidos verifica-se uma distinção de 2 metros entre o modelo cinemático básico e o em que a resistência do ar foi considerada, esta diferença poderia ser muito maior caso este trabalho adotasse uma medida mais conservadora visto que o valor do coeficiente de arrasto utilizado foi de 0,05, um valor baixo.

A figura 13 apresenta um gráfico com os valores de distância encontrados em cada método.

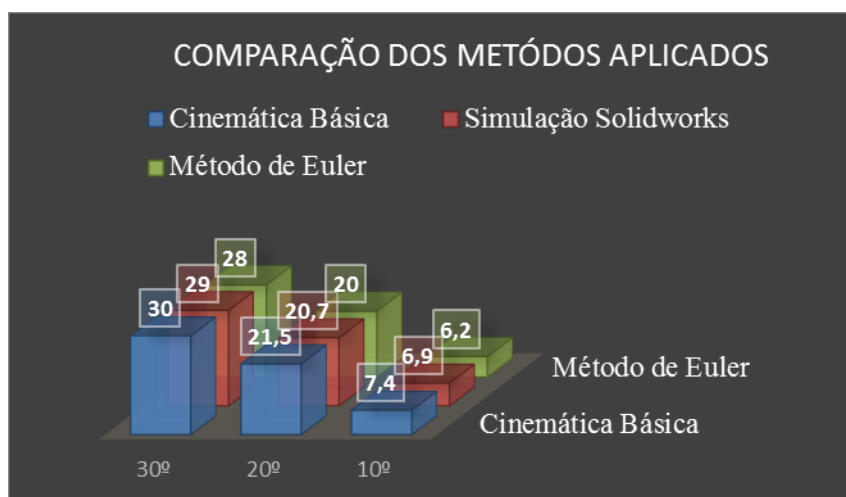


Figura 13 - Gráfico de comparação de distâncias entre os métodos de cálculo adotados

O gráfico de comparação entre os tempos encontrados para cada método utilizado é apresentado na figura 14.

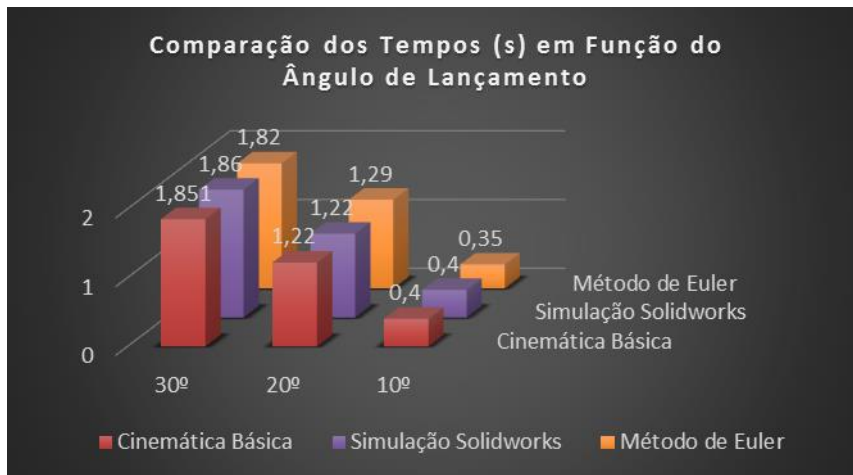


Figura 14 - Gráfico de comparação de tempo entre os métodos de cálculo adotados

O método de cinemática básica utiliza-se de condições muito simplificadas para determinação das grandezas que compõem o lançamento. Este método é utilizado quando alguns fatores externos são desconsiderados, como por exemplo: Atrito entre as rodas de lançamento e a bola, a influência da resistência do ar, e a angulação das rodas de lançamento em relação a bola. O método analítico serve para ter uma estimativa não muito precisa dos valores que serão encontrados na realidade.

Quando simulado no SolidWorks, foi levado em consideração a angulação das rodas de lançamento e o atrito gerado entre as rodas e a bola, não sendo considerado a resistência do ar. Os fatores agora considerados geram diferenças consideráveis no tempo, na velocidade e principalmente na distância.

O método de Euler combinado com as velocidades encontradas no SolidWorks, leva em consideração mais um fator externo: a resistência do ar. Os resultados obtidos no método de Euler, são os que mais se diferem do método de cinemática básica. O método de Euler é o que mais se aproxima da realidade, devido a consideração do maior número de fatores externos.

## 5 CONCLUSÃO

O presente artigo comprova a eficácia da utilização de modelos computacionais que abrangem fatores reais – desconsiderados no método básico. O trabalho também demonstra, que softwares utilizados para auxiliar em ensaios e em simulações, geram resultados conservadores.

As análises dos resultados obtidos confirmaram a expectativa de haver distinção entre os valores encontrados para cada método. Inicialmente propôs-se que a bola alcançasse 30



metros, através do cálculo básico de lançamento de projéteis, porém como visto o valor de 30 metros não foi alcançado quando utilizados métodos mais precisos.

Por fim, conclui-se que o método de cinemática básica pode ser utilizado se combinado com outros modelos computacionais para definição da velocidade, distância, e tempo percorrido pela bola quando utilizado o mecanismo de lançamento apresentado no trabalho.

## REFERÊNCIAS

BRANCAZIO, P.J. The Physics of Kicking a Football, **Phys. Teach**, v.23, p. 403-407, 1985.

ÇENGEL, Y.A.; CIMBALA, J.M. **Mecânica dos Fluidos Fundamentos e Aplicações**. 1 ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.

DA SILVA, I.F. Introdução SolidWorks. Disponível em <<http://ctd.ifsp.edu.br/~cristiano.ferrari/images/Arquivos/APOSTILA%20SOLIDWORKS.pdf>> Acesso em 20 de setembro de 2017.

DUARTE, A. **História dos esportes**. 4. ed. São Paulo: Ed. SENAC, 2004.

FIALHO, A.B. **SolidWorks Premium 2009 Teoria e Prática No Desenvolvimento De Produtos Industriais**. 1 ed. São Paulo: Érica, 2009.

FOX, R.W.; MACDONALD, A.T; PRITCHARD P.J. **Introdução a Mecânica dos Fluidos**. 8 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2009.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Fundamentos de Física**. 9 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2012.

HIBBELER, R.C. **Dinâmica Mecânica para Engenharia**. 10 ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2005.

MERIAM, J. L.; KRAIGE, L.G. **Mecânica para Engenharia Dinâmica**. 6 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2009.

RAE, W.J.; STREIT, R.J. Wind Tunnel Measurements of the Aerodynamic Loads on an American Football, **Sports Eng**, v.5, p. 165-172, 2002.

WATTS, R.G; MOORE, G. The Drag Force on an American Football, **American Journal of Physics**, v.71, p. 791- 793, 2003.